

自寻的反坦克导弹击顶方案及其制导律*

张 运 史 建 军

〔摘要〕 本文提出了自寻的反坦克导弹的击顶控制方案、理想弹道参数的选取原则,并建立了导弹-目标相对运动方程。采用基于状态方程的预测控制算法求取了击顶最优制导律,并根据导弹特点,将控制对象分解为3个子系统,从而大大减少了所需内存贮量和实时计算量。与采用经典最优控制方法提出的自寻的导弹击顶方案^{〔1〕}及控制器比较,本文采用与实际较接近的空间模型作为控制对象,该方案允许导弹末制导初态有较大散布,不必估算剩余飞行时间。仿真表明,该方案对风、推力偏心、气动力参数干扰等具有较强的抗干扰能力,因此是一个较好的击顶方案。

关键词 自寻的反坦克导弹 击顶方案 末制导 预测最优控制 导弹控制系统

符 号 表

α, β, γ	导弹攻角($^{\circ}$),侧滑角($^{\circ}$),倾斜角($^{\circ}$)	$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	导弹转动角速度在弹体坐标系各轴的投影(rad/s)
v, ψ_c, θ	导弹速度(m/s),弹道偏转角($^{\circ}$),弹道倾角($^{\circ}$)	r_1, r_2	弹目线在地面坐标系OXYZ中OXY和OXZ平面上的投影(m)

1 前言

设计攻击坦克防护力薄弱的顶甲的反坦克导弹,是提高反坦克武器效能的有力措施。文献〔1〕采用经典最优控制理论研究终端脱靶量和命中姿态角均有约束的末制导律,由此设计的控制器存在以下缺点:(1)仅对简单的模型(三状态线性模型)可求得简洁形式的制导律,但三状态线性模型不能准确描述拦截问题;(2)对初始状态的变化十分敏感;(3)对剩余飞行时间($t_{t_0-g_0}$)的估计精度要求很高,但 $t_{t_0-g_0}$ 的估计目前尚无足够精确的方法。因此,提出有效的击顶方案是十分必要的。

本文研究了对自寻的反坦克导弹的击顶问题,提出了一种击顶方案及理想弹道参数选取原则,建立了导弹-目标相对运动方程,采用预测最优控制算法设计了控制器。

2 击顶方案及导弹-目标相对运动方程

2.1 击顶方案

为完成导弹的击顶任务,在控制器设计过程中,首先设定一条理想弹道。导弹飞行

* 1987年9月收到,1988年8月定稿。

过程中, 通过控制作用, 使导弹始终沿该弹道飞行, 直至命中目标。下面讨论理想弹道的选取主要在俯仰平面进行, 对偏航平面, 未制导初始时刻的弹目线(即导弹质心与目标质心的连线)在水平面的投影即规定为理想弹道, 要求导弹相对于目标的运动是沿该弹目线在水平面上的投影接近目标的。在俯仰平面未制导段典型理想弹道如图 2.1 所示, 由高度调整段(OA段)、程控转弯段(AB段)和自动导引段(BT段)三部分组成。

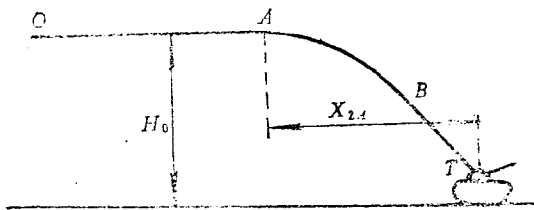
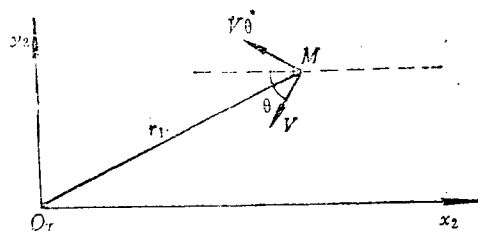


图 2.1 典型理想弹道

Fig. 2.1 The typical ideal trajectory

图 2.2 导弹与目标在 $O_T x_2 y_2$ 平面上的对应关系Fig. 2.2 Relationship between missile and target on the $O_T x_2 y_2$ plane

为设定该理想弹道, 需决定 3 个变量: (1) 导弹在高度调整段的期望平飞高度 H_0 ; (2) 程控转弯段起始点距 T 点的水平距离 $X_{2,t}$; (3) 程控转弯段俯仰控制施加的固定舵偏角 α_{10} 。图 2.1 中自动导引段起点 B 由弹上计算机实时决定, 即当满足

$$\left| \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{y_2}{\sqrt{x_2^2 + z_2^2}} \right) + \theta \right| \leq 0.5^\circ \quad (2.1)$$

时转弯段结束(式中 x_2 , y_2 , z_2 含义见 2.2 节中坐标系 $O_T x_2 y_2 z_2$ 定义)。(2.1) 式的含义是该时刻导弹速度矢量(近似)指向目标, 0.5° 是由采样间隔和弹道倾角 θ 在程控转弯段的最大角速度决定的。

选取弹道参数的原则是: (1) 使命中时刻弹体纵轴与目标顶平面法线夹角最小; (2) 选平飞高度 H_0 , 使导弹具有较大的捕获范围; (3) 理想弹道上任一点弹目线与弹体纵轴的夹角 δ 及其变化率 $\dot{\delta}$ 在导引头进动角和进动角速度的允许范围以内; (4) 理想弹道的自动导引段足够长, 以保证命中精度和命中时刻有较小的攻角。

2.2 导弹-目标相对运动方程

为获得简洁的导弹-目标相对运动方程, 定义动坐标系 $O_T x_2 y_2 z_2$ 原点固定在目标质心上; $O_T x_2$ 轴与地面坐标系 $OXYZ$ 的 OX 轴平行, 方向相反; $O_T y_2$ 轴与水平面垂直, 方向向上为正; $O_T z_2$ 轴按右手法则定义。该坐标系随目标的运动而平动。

2.2.1 利用空间各矢量在 $O_T x_2 y_2$ 平面的投影, 建立相对运动方程。

为便于求解制导律, 假定 (1) 目标加速度与导弹加速度相比是小量, 可以忽略; (2) 弹道偏转角 ψ_c 为小量, $\cos \psi_c \approx 1$ 。则高度调整段导弹 M 与目标在 $O_T x_2 y_2$ 平面上的相对关系如图 2.2 所示。

由图 2.2 可得高度调整段相对运动方程为

$$\ddot{y}_2 = u \dot{\theta} \cos \theta \quad (2.2)$$

程控转弯段控制由给定俯仰舵以固定舵偏角完成, 故不必建相对运动方程。

为建立自动导引段相对运动方程，将转弯结束时刻的弹目线 ($O_T B$) 设想为空间一条固定在目标质心上的直线，如图 2.3 所示。图中 y_2' 为导弹在自动导引段飞行时质心

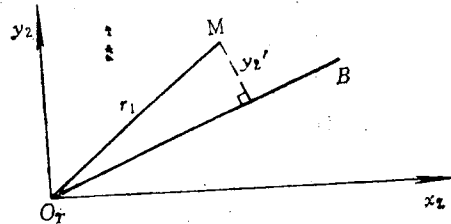


图2.3 自动导引段导弹目标相对关系

Fig. 2.3 Relationship between missile and target in the homing stage

到 $O_T B$ 的距离。当 $O_T B$ 与 $O_T M$ 的夹角很小时，自动导引段的相对运动方程为

$$\dot{y}_2' = v\dot{\theta} \tag{2.3}$$

2.2.2 利用空间各矢量在 $O_T x_1 z_2$ 平面的投影，及与建立自动导引段相对运动方程 (2.3) 的同样推导方法得

$$\dot{z}_2' = -v\dot{\psi}_c \cos \theta \tag{2.4}$$

式中 z_2' 为导弹质心在水平面上的投影与末制导初始时刻弹目线在水平面上的投影的距离。

3 用状态预测最优控制算法设计控制器

状态预测控制算法中，当前时刻的控制由未来一段时间历程的状态预报值所决定。用它设计的控制器与用经典最优控制方法设计的比较，具有计算量小、不必估计剩余飞行时间、敏感度低等优点，可有效地解决导弹的实时反馈控制问题。限于篇幅，本文仅讨论确定性的、采用主动导引头的导弹拦截问题。

导弹拦截问题的确定性控制模型为

$$\left. \begin{aligned} J &= \int_t^{t+T} \|X_p(\tau_1) - X_p^*(\tau_2)\|_{Q_c}^2 d\tau_1 \\ \dot{X} &= f(X, t) + B(X, t)U \end{aligned} \right\} \tag{3.1}$$

其中 $[t, t+T]$ 为 t 时刻的状态预报区间, $T > 0$; X_p, X_p^* 分别为状态 X 的预报值和期望值

$$X = \begin{cases} (\alpha, \omega_x, \dot{y}_2, y_2, \beta, \omega_y, z_2', z_2'', \omega_z, \gamma)' & \text{(高度调整段)} \\ (\alpha, \omega_x, \dot{y}_2', y_2', \beta, \omega_y, z_2', z_2'', \omega_z, \gamma)' & \text{(其它)} \end{cases}$$

$$U = (u_1, u_2, u_3)' \quad Q_c = \text{diag}(0, 0, q_1, 1, 0, 0, q_2, 1, 0, 1)$$

$\|X\|_{Q_c}^2 \triangleq X' Q_c X$, X' 表示 X 的转置

确定性控制的求取是选择 U , 使 J 达到最小。式(3.1)是一个10阶的时变非线性系统，其中弹体状态方程参见文献[2]。若对此系统直接求取控制律，将难以满足实时控制要求。因此，根据所选取的性能指标和导弹系统的特点，可将其分为3个子系统。

首先，性能指标 J 是加性可分的，即

$$J = \sum_{i=1}^3 J_i = \sum_{i=1}^3 \int_t^{t+T} \|X_{pi}(\tau_1) - X_{pi}^*(\tau_1)\|_{Q_{ci}}^2 d\tau_1 \quad (3.2)$$

其中 $X_1 = (\alpha, \omega_z, \dot{y}_2, y_2)'$ (高度调整段), $X_2 = (\alpha, \omega_z, \dot{y}'_2, y'_2)'$ (其它), $X_3 = (\beta, \omega_y, \dot{z}'_2, z'_2)'$, $X_3 = (\omega_z, \gamma)'$, $Q_{c1} = \text{diag}(0, 0, q_1, 1)$, $Q_{c2} = \text{diag}(0, 0, q_2, 1)$, $Q_{c3} = \text{diag}(0, 1)$, X_{pi}, X_{pi}^* ($i = 1, 2, 3$) 为 X_i 的预报值和期望值。

然后将(3.1)中约束条件写成如下形式

$$\dot{X} = A(X, t)X + B(X, t)U + D(X, t) \quad (3.3)$$

其中 $A(X, t) = \text{diag}[A_1(X, t), A_2(X, t), A_3(X, t)]$

$$B(X, t) = \begin{bmatrix} B_1(X, t) \\ B_2(X, t) \\ B_3(X, t) \end{bmatrix}$$

$$D(X, t) = (D_1^i(X, t), D_2^i(X, t), D_3^i(X, t))' \triangleq f(X, t) - A(X, t)X$$

于是, 导弹拦截问题的确定性受控模型可写成下列分解形式

$$\left. \begin{aligned} J_i &= \int_t^{t+T} \|X_{pi}(\tau_1) - X_{pi}^*(\tau_1)\|_{Q_{ci}}^2 d\tau_1 \\ \dot{X}_i &= A_i(X^0, t)X_i + B_i(X^0, t)U + D_i(X^0, t) \\ X^0 &= X \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

由线性系统理论知, 在采样间隔很小时 (如 < 0.06 s), 连续模型 (3.3) 的离散模型为

$$X_{k+1} = A_k X_k + B_k U_k + D_k \quad (3.5)$$

其中 $A_k \triangleq \phi(t_{k+1}, t_k) = \sum_{i=0}^{\infty} A^i [X(t_k), t_k] \Delta t_k^i / i!$ ($\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$)

$$B_k \triangleq B(t_{k+1}, t_k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \phi(t_{k+1}, \tau_1) B [X(\tau_1), \tau_1] d\tau_1$$

$$D_k \triangleq D(t_{k+1}, t_k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \phi(t_{k+1}, \tau_1) D [X(\tau_1), \tau_1] d\tau_1$$

对子系统 s ($s = 1, 2, 3$), 其控制模型为

$$\left. \begin{aligned} J_{s,k} &= \sum_{i=1}^N \|X_{s,pk+i} - X_{s,pk+i}^*\|_{Q_{os}}^2 \\ X_{s,k+1} &= A_{s,k} X_{s,k} + B_{s,k} U_k + D_{s,k} \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

式中 $X_{s,pk+i}, X_{s,pk+i}^*$ 为状态 X_s 在 $k+i$ 时刻的预报值和期望值, N 为状态预报步数。

设 $B_{s,k} \triangleq [b_{1k}^{(s)}, b_{2k}^{(s)}, b_{3k}^{(s)}]$ ($s = 1, 2, 3$), 又 $\forall l \in [k+1, k+N], A_{s,l}, B_{s,l}, D_{s,l}$ 不变, 且 $U_l \equiv 0$ 。则 $X_{s,k}$ 在 $k+i$ 时刻的预报值为

$$X_{s,k+i} = A_{s,k}^i X_{s,k} + \sum_{j=1}^3 A_{s,k}^{i-1} b_{jk}^{(s)} u_{jk} + \left(\sum_{j=1}^i A_{s,k}^{i-j} \right) D_{s,k} \quad (3.7)$$

令 $a_{2i}^{(s)}, a_{3i}^{(s)}$ ($s = 1, 2$) 为 $[A_{s,k}^i X_{s,k} + \left(\sum_{j=1}^i A_{s,k}^{i-j} \right) D_{s,k} - X_{s,pk+i}^*]$ 的第 4、3 行

元素; $b_{3ji}^{(s)}$ ($s = 1, 2; j = 1, 2, 3$) 为 $A_{3k}^{-1}b_{jk}^{(s)}$ 的第 4、3 行元素; $a_{4i}^{(3)}$ 为 $\left[A_{3k}^{i-1}X_{3k} + \left(\sum_{j=1}^i A_{3k}^{i-j} \right) \cdot D_{3k} - X_{3pk+i}^* \right]$ 的第 2 行元素; $b_{4ji}^{(3)}$ 为 $A_{3k}^{-1}b_{jk}^{(3)}$ ($j = 1, 2, 3$) 的第 2 行元素。将上述符号和(3.7)式代入(3.6)式得

$$J_{sk} = \begin{cases} \sum_{i=1}^N \left[\left(a_{2i}^{(s)} + \sum_{j=1}^3 b_{2ji}^{(s)} u_{jk} \right)^2 + q_s \left(a_{3i}^{(s)} + \sum_{j=1}^3 b_{3ji}^{(s)} u_{jk} \right)^2 \right] & s = 1, 2 \\ \sum_{i=1}^N \left(a_{4i}^{(3)} + \sum_{j=1}^3 b_{4ji}^{(3)} u_{jk} \right)^2 & s = 3 \end{cases} \quad (3.8)$$

$$\text{再令 } a_{33}^3 = \sum_{i=1}^N a_{4i}^{(3)} b_{43i}^{(3)}, \quad b_{33}^3 = \sum_{i=1}^N b_{43i}^{(3)}$$

$$s_0 = \sum_{i=1}^N (a_{2i}^{(1)2} + a_{2i}^{(2)2} + q_1 a_{3i}^{(1)2} + q_2 a_{3i}^{(2)2} + a_{4i}^{(3)2})$$

$$s_1 = \sum_{i=1}^N (b_{21i}^{(1)2} + q_1 b_{31i}^{(1)2} + b_{21i}^{(2)2} + q_2 b_{31i}^{(2)2})$$

$$s_2 = \sum_{i=1}^N (b_{22i}^{(1)2} + q_1 b_{32i}^{(1)2} + b_{22i}^{(2)2} + q_2 b_{32i}^{(2)2})$$

$$s_3 = \sum_{i=1}^N (a_{2i}^{(1)} b_{21i}^{(1)} + q_1 a_{3i}^{(1)} b_{31i}^{(1)} + a_{2i}^{(2)} b_{21i}^{(2)} + q_2 a_{3i}^{(2)} b_{31i}^{(2)})$$

$$s_4 = \sum_{i=1}^N (a_{2i}^{(1)} b_{22i}^{(1)} + q_1 a_{3i}^{(1)} b_{32i}^{(1)} + a_{2i}^{(2)} b_{22i}^{(2)} + q_2 a_{3i}^{(2)} b_{32i}^{(2)})$$

$$s_{12} = \sum_{i=1}^N (b_{21i}^{(1)} b_{21i}^{(1)} + q_1 b_{31i}^{(1)} b_{31i}^{(1)} + b_{22i}^{(2)} b_{22i}^{(2)} + q_2 b_{32i}^{(2)} b_{32i}^{(2)})$$

$$\text{由(3.2)式知 } J_k = J_{1k} + J_{2k} + J_{3k} \quad (3.9)$$

将(3.8)式代入(3.9)式, 将平方项展开, 代入上述符号后再配方, 则得如下最优化问题

$$J_k = s_1 \left(u_1 + \frac{s_{12}}{s_1} u_2 + \frac{s_3}{s_1} \right)^2 + \frac{s_1 s_2 - s_{12}^2}{s_1} \left(u_2 + \frac{s_1 s_4 - s_3 s_{12}}{s_1 s_2 - s_{12}^2} \right)^2 + b_{33}^3 (u_3 + a_{33}^3 / b_{33}^3)^2 \\ + s_0 - \frac{s_3^2}{s_1} - \frac{(s_1 s_4 - s_3 s_{12})^2}{s_1 (s_1 s_2 - s_{12}^2)} - \frac{(a_{33}^3)^2}{b_{33}^3} \quad (3.10)$$

约束: $|u_1| \leq d_1, |u_2| \leq d_2, |u_3| \leq d_3$ ($d_i > 0; i = 1, 2, 3$)

解优化问题(3.10)式, 即可求得击顶最优制导律。限于篇幅, (3.10)式的解法不再讨论。下面给出击顶最优制导律的求解步骤:

(1) 在第 2 级用状态 X_k 来固定原系统, 即用 $X_k^0 = X_k$ 代入 $A(X_k^0, k), B(X_k^0, k), D(X_k^0, k)$;

(2) 在第 1 级并行对各子系统进行离散化, 并进行状态预报, 将状态预报的信息送给第 2 级;

(3) 在第2级由各子系统数据得 s_i ($i = 0 \rightarrow 4$)、 s_{12} 、 a_{33}^3 、 b_{33}^3 等, 从而得优化问题(3.10)式, 解之得最优制导律 U_k^{0p} 。整个算法如图 3.1 所示。

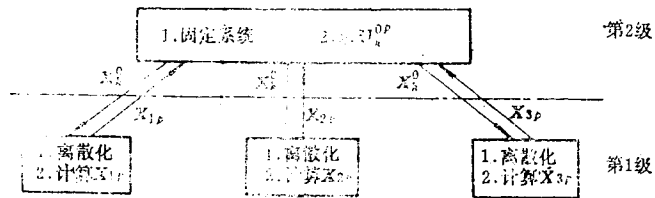


图3.1 击顶最优制导律计算框图

Fig. 3.1 Flowchart for the calculation of top-attack optimal guidance law

4 仿真检验

为评定本文的击顶方案及其最优制导律, 我们用它设计了某反坦克导弹的击顶控制器, 控制效果通过对真实模型^[2]的仿真加以检验, 仿真在 MC68000 计算机上完成。

控制器有关参数为 $N = 2$, $q_1 = 0.002$, $q_2 = 0.015$, $|u_1| \leq 14.0^\circ$, $|u_2| \leq 14.0^\circ$, $|u_3| \leq 0.5^\circ$, $y_{2,p}^* = 1000$ m (高度调整段), $y_{3,p}^* = 0$ (自动引导段), $z_{3,p}^* = 0$, $\dot{z}_{3,p}^* = \dot{y}_{3,p}^* = 0$ 。

理想弹道参数为 $X_{2,A} = 1800$ m, $H_0 = 1000$ m, $u_{10} = -14^\circ$ 。

仿真的思想是: 首先根据简化的状态方程 (3.1) 和本文所提算法求得击顶最优制导律, 然后将该控制律作用于未简化的导弹拦截问题数学模型^[2]上, 考察其终端脱靶量和命中姿态角。并就导弹末制导初始状态存在散布, 末制导段导弹续航发动机工作和不工作以及目标在地平面各方向加速运动、急刹车突停等比较常见和恶劣的典型情况进行了仿真。仿真中还考虑了风、推力偏心、气动力参数干扰等情况。仿真表明: 各种情况下导弹拦截问题的脱靶量均小于 0.225 m, 满足脱靶量要求; 命中时刻导弹姿态角 θ 小于 -43.3° , 满足击顶的要求。

5 结束语

本文提出了自寻的反坦克导弹的击顶方案, 直接采用导弹拦截问题的空间简化模型求取击顶最优制导律, 以状态预测控制作为求制导律的基本算法。由于采用了在时间历程上滑动的状态预测指标, 因而实时计算量小, 不必估算剩余飞行时间, 允许导弹末制导的初态有较大散布。通过仿真表明, 用本方案设计的控制器对风、推力偏心、气动力参数干扰等具有较强的抗干扰能力。与文献[1]的击顶方案比较, 本文的击顶方案及相应的控制器设计方法是令人满意的。

参 考 文 献

- [1] Randy J. York, Daniel C. St. Clair, An Application of Optimal Control Theory to an Anti-Tank Weapon System, AD A056278, 1978.
 [2] 张运、安波, 自寻的导弹拦截问题的数学模型及其仿真, 北京工业学院学报, (2), 1986, 79~96。

A TOP-ATTACK SCHEME FOR A HOMING ANTI-TANK MISSILE AND ITS LAWS OF GUIDANCE

Zhang Yun Shi jianjun

Abstract

In this paper, a top-attack scheme of a homing anti-tank missile and the principle of selecting the parameters of ideal trajectory are proposed. Equations of relative motion of the missile with respect to the tank are established. A top-attack guidance law is extracted by using predictive control method based on the state equation. According to the characteristics of the missile, the controlled system is decomposed into three subsystems. The on-line computation time and computer storage capacity are thereby greatly reduced. Compared with schemes using the classic optimal control method, this scheme is a better option in many respects, such as using space model as the controlled object, allowing the initial state to have a wide distribution, having no need for t_{t0-z0} estimation, and possessing anti-interference ability.

Key words homing anti-tank missile, top-attack scheme, terminal guidance, predictive optimal control, missile control system